BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES

Mardi 08 mars 2016

Durée : 2h00

L'emploi de la calculatrice est autorisé.
Quatre points sont attribués à l'orthographe, à la rédaction et à la présentation.

Rappels :

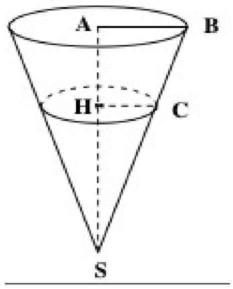
- chaque réponse doit être justifiée (par exemple par un calcul, ou une propriété, ou une phrase explicative …).
- Toute démarche entamée sera prise en compte … et pourra donc rapporter des points même si elle n'est pas aboutie.

Barème :

Exercice 1	**4** points
Exercice 2	**6** points
Exercice 3	**5** points
Exercice 4	**8** points
Exercice 5	**5** points
Exercice 6	**4** points
Exercice 7	**4** points
Maîtrise de la langue	**4** points

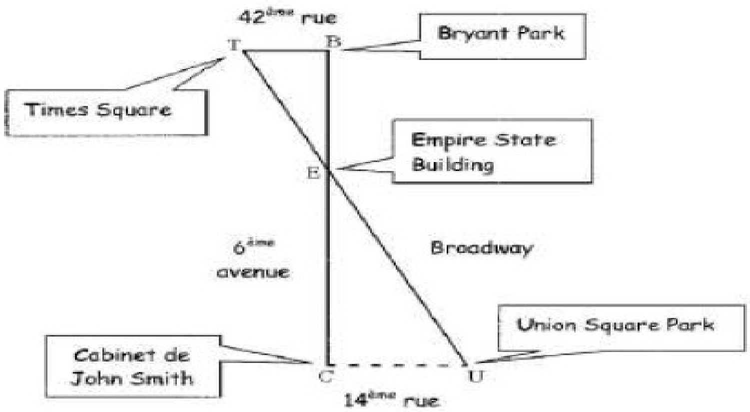
Exercice 1 **:** (4 points) barême: 1+1+1+1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chacune des questions posées, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte.
L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point. Indiquer sur votre copie, le numéro de la question et, sans aucune justification, la réponse choisie.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
 réduction par 10 fig.2 fig.1 1. Comme le volume de la figure 1 vaut 500 cm³, calculer le volume de la figure 2.	50 cm³	5 cm³	0,5 cm³	0,05 cm³
2. Un cône de révolution a pour rayon AB = 10 cm et pour hauteur SA = 24 cm. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et qui passe par le point H de [SA] tel que SH = 18 cm. Le rayon HC de la section est … 	10 cm	7,5 cm	5 cm	2,5 cm
3. L'écriture scientifique de 0,007 23 est :	$7,23 \times 10^{3}$	723×10^{-5}	$72,3 \times 10^{-4}$	$7,23 \times 10^{-3}$
4. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x^2 + 3$. L'image de -4 par f est :	35	67	-29	-11

Exercice 2 **:** (6 points) barême 1+2,5+2,5

Jean-Baptiste, élève de troisième, se promène sur l'île de Manhattan, à New York. On lui a demandé de vérifier que les 14ième et 42ième rues sont bien parallèles, et que la 6ième avenue est perpendiculaire à ces deux rues.
Pour cela, il mesure des distances grâce à l'avenue de Broadway. Voici son parcours :



Jean-Baptiste part du point C à 11h, remonte la 6ième avenue jusqu'à Bryant Park, tourne à gauche jusqu'à Times Square, puis descend Broadway jusqu'à Union Square Park où il arrive à 12h. Là, il s'arrête pour faire une pause.
Jean-Baptiste a mesuré les longueurs suivantes :

CE = 1 400 m, EB = 560 m
BT = 192 m, TE = 592 m et EU = 1 480 m .

1.Exprimer en kilomètres le trajet réalisé par Jean-Baptiste.
2.Montrer que les droites (BT) et (CU) sont parallèles.
3. Montrer que la 42ième rue et la 6ième avenue forment un angle droit.

1) CE + EB + BT + TE + EU = 1400 + 560 + 192 + 592 + 1480 = 4224 m

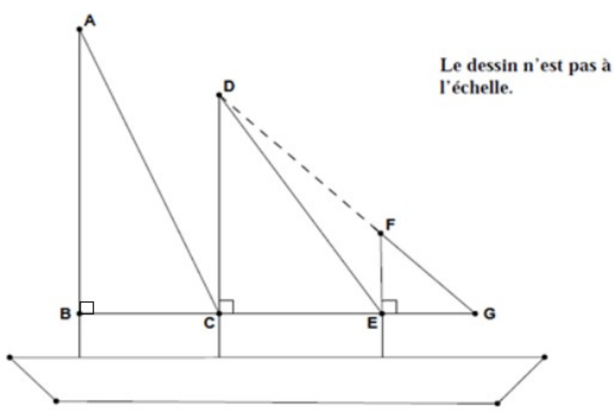
2) EB/EC=560/1400 =4/10

ET/EU=592/1480=4/10
Les points T, E, U et B, E, C sont alignés dans le même ordre,
d'après la réciproque du théorème de Thalès (BT) // (CU).

3) $TE^2 = 592^2 = 350464$
$BT^2 + BE^2 = 192^2 + 560^2 = 36\,864 + 313\,600 = 350454$
D'après la réciproque du théorème de
Pythagore le triangle TBE est rectangle en B, donc la 42[ième] rue et la 6[ième] avenue forment un angle droit.

Exercice 3 **:** (5 points) barème: 1+1+2+1
Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :
«Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte.»
1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
88/10=8,8 n'est pas un nombre entier, donc 10 n'est pas un diviseur de 88. Il ne peut donc pas choisir de découper des carreaux de 10 cm de côté.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
110/11=10 et 88/11=8 donc 11 est un diviseur commun à 110 et 88. Il peut donc choisir de découper des carreaux de 11 cm de côté.
3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
   a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
La longueur d'un côté d'un carreau doit diviser la longueur et la largeur de la pièce. C'et donc un diviseur commun à 110 et à 88. De plus, il doit découper des carreaux les plus grands possibles. La longueur d'un côté d'un carreau est donc le PGCD de 110 et de 88. Déterminons ce PGCD à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
On a 110=88 x 1 + 22
88=22 x 4 + 0
Le dernier reste non nul est 22, donc PGCD(110;88)=22
La longueur du côté d'un carreau est de 22 cm
   b. Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?
On a 110/22=5 et 88/22=4
Il y aura donc 5 x 4= 20 soit 20 carreaux

Exercice 4 **:** (8 points) barème : (1,5 +1) + (1 + 2) + 1,5 + 1



Un équipage guyanais, participant à une régate, décide de refaire les voiles de son trois mâts.

1.La petite voile est représentée par le triangle EFG rectangle en E avec EG = 4,5 m et FG = 7,5 m.

a)Montrer que EF = 6 m.

b)Calculer la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{EGF}$.

a. Dans le triangle FEG rectangle en E
le théorème de Pythagore donne :

$FG^2 = FE^2 + EG^2$

$7{,}5^2 = FE^2 + 4{,}5^2$

$56{,}25 = FE^2 + 20{,}25$

$FE^2 = 56{,}25 – 20{,}25$

$FE^2 = 36$

FE = 6 m

b. Dans le triangle FEG rectangle en E
tan EGF=EF/EG = 6/4,5
EGF≈53°

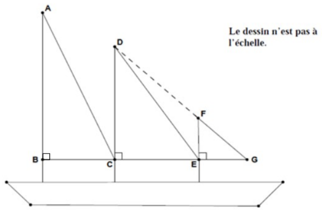
2.La voile moyenne est représentée par le triangle DEC rectangle en C avec EC = 7,5 m.

a)A l'aide des configurations géométriques codées sur la figure, démontrer que les droites (DC)

et (EF) sont parallèles.

b)Calculer la distance DC.

a) Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles. Donc les droites (DC) et (EF) sont parallèles.



b) F ∈ [GD] Les droites (FE) et (CD) sont
E ∈ [CG] parallèles, d'après le théorème de Thalès :

GF/GD=GE/GC=FE/DC 7,5/GD = 4,5/12 = 6/DC

DC = 12x6/4,5 = 16 m

3.Pour la grande voile, représ ectangle en B, l'équipage a déjà les mesures

de la longueur BC = 7 m et de l'angle $\widehat{C}$ = 73°.

Calculer la longueur AB. (arrondir au mètre)

Dans le triangle ABC rectangle en B :

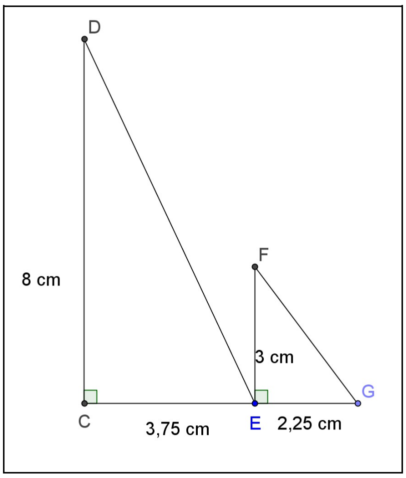
tan ACB= BA/BC

tan 73° =BA/7

BA = 7 x tan73° ≈ 23 m

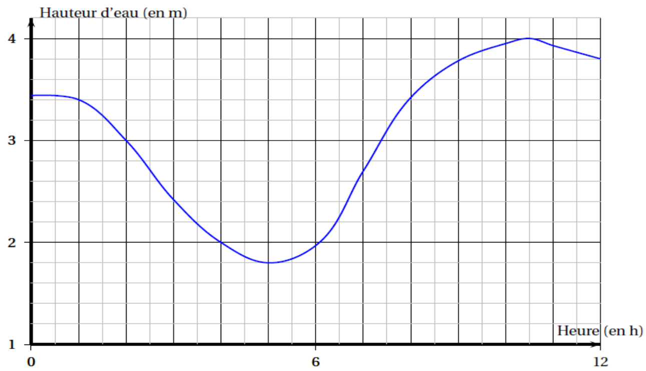
4.Tracer les triangles EFG et DCE en prenant comme échelle 1 cm pour 2 m.

Vous ferez cette figure avec soin en laissant les traits de construction.



Exercice 5 : (5 points) barème : 1 + 1 + 1,5 + 1,5
Le départ en croisière choisi par Julien a lieu le 10 juillet (entre 0h et 12h).
Le graphique ci-dessous décrit les variations de la hauteur de la mer dans le port de Fort de France selon l'heure de la matinée (entre 0h et 12h) du 10 juillet.

On nomme *f* la fonction définie par cette courbe.



1)Le voilier ne peut sortir du port que si la hauteur d'eau dépasse 3,20 mètres.

Quelles sont les tranches horaires de départs possibles pour ce voilier ?

2)Finalement, Julien, le skipper du voilier, décide de partir lorsque la hauteur d'eau est maximale.

A quelle heure Julien va-t-il partir ?

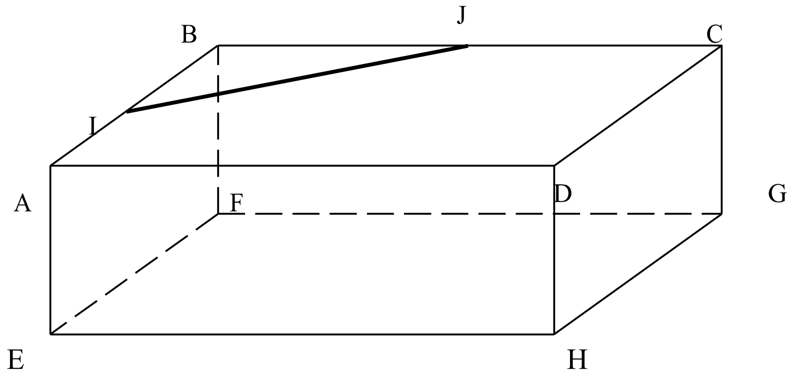
3) Donner la (ou les) image(s) de 2 par la fonction *f*. Interpréter ce résultat dans le contexte du problème.

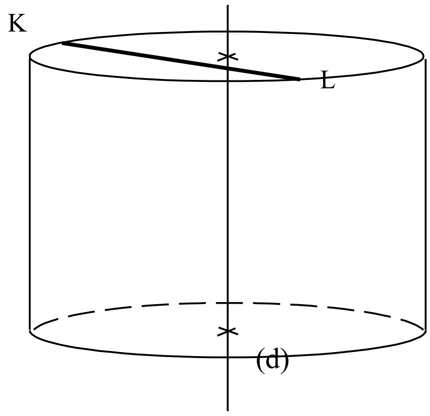
4) Donner le (ou les) antécédent(s) de 2 par la fonction *f*. Interpréter ce résultat dans le contexte du problème.

1)Les tranches horaires de départs possibles pour ce voilier sont avant 1h30 et après 7,5 h .
2)La hauteur d'eau est maximale à 10,5 h.
3)L'image de 2 par la fonction f est 3. A 2 h la hauteur de la mer était de 3 m.
4)Les antécédents de 2 par la fonction f sont 4 et 6 . A 4h et 6h la hauteur de la mer était de 2 m.

Exercice 6: (4 points) 2 points pour la question 2, la question 1a) et 1b) restent sous forme de bonus 0,5+0,5 et les deux autres points vont à l'exercice 7

1 - a) tracer la section du parallélépipède rectangle ABCDEFGH qui contient le segment [IJ], parallèlement à l'arête [AE] **b)** tracer la section du cylindre qui contient [KL], parallèlement à l'axe (d)





2 - Calculer le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH du **a)** en supposant que AB = 3 cm, FG= 5 cm et AE = 2,5 cm.
V= Abase x hauteur= AB x AD x AE= 3 x 5 x 2,5= 37,5 cm³

Exercice 7 : (6 points) barême: 1,5+1,5+1,5+1,5

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées :

Affirmation 1 :
Le développement de $(3x + 5)^2$ est $9x^2+30x+25$ Vrai il suffit de développer
$(3x + 5)^2= (3x)^2+ 2*3x*5+5^2= 9x^2+ 30x+25$

Affirmation 2 :

La factorisation de $16x^2-49$ est $(16x-7)(16x+7)$ Faux

Prenons x=0, d'un côté $16*1^2-49= -49$ et de l'autre côté $(16*1-7)(16*1+7)= 9 * 21 = 189$

Affirmation 3 :

Les diviseurs communs à 12 et à 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6. Vrai

Les diviseurs de 12 sont 12; 6; 4; 3; 2; 1

Les diviseurs de 18 sont 18; 9; 6; 3; 2; 1

Les diviseurs communs à 12 et 18 sont donc 6; 3; 2; 1 et ils sont identiques aux diviseurs de 6

Affirmation 4 :

Dans la vitrine d'une bijouterie, une jeune femme aperçoit de superbes boucles d'oreilles à 120 €
Après une remise de 30 %, les boucles d'oreilles coûtent 36 €. Faux